# 第三章 晶体的外部对称

# 目　录

- 1. 晶体对称的概念及晶体对称的特点；
- 2. 晶体的外部对称要素及其操作与对称定律；
- 3. 对称要素的组合定律；
- 4. 对称型；
- 5. 晶体的对称分类。

# 一. 晶体对称的概念及晶体对称的特点

## 对称的概念

对称就是物体相同部分有规律的重复。在自然界和日常生活中，对称现象是广泛存在的。

伞的旋转对称

手的镜面反映

晶体的外部对称是其几何形态的对称，具体的表现为晶体的晶面、晶棱和角顶等有规律的重复。

# 一. 晶体对称的概念及晶体对称的特点

## 晶体对称的特点

1）由于晶体内部都具有格子构造，通过平移，可使相同质点重复，因此，所有的晶体结构都是对称的。→晶体的对称性

2）晶体的对称受格子构造规律的限制，因此，晶体的对称是有限的，它遵循“晶体对称定律”。

3）晶体的对称不仅体现在外形上，同时也体现在物理性质和化学组成方面。

由以上可见:格子构造使得所有晶体都是对称的，格子构造也使得并不是所有对称都能在晶体中出现的。

# 二、晶体的对称操作和对称要素

**概念：**

对称操作：使对称图形中相同部分重复的操作，叫**对称操作。**

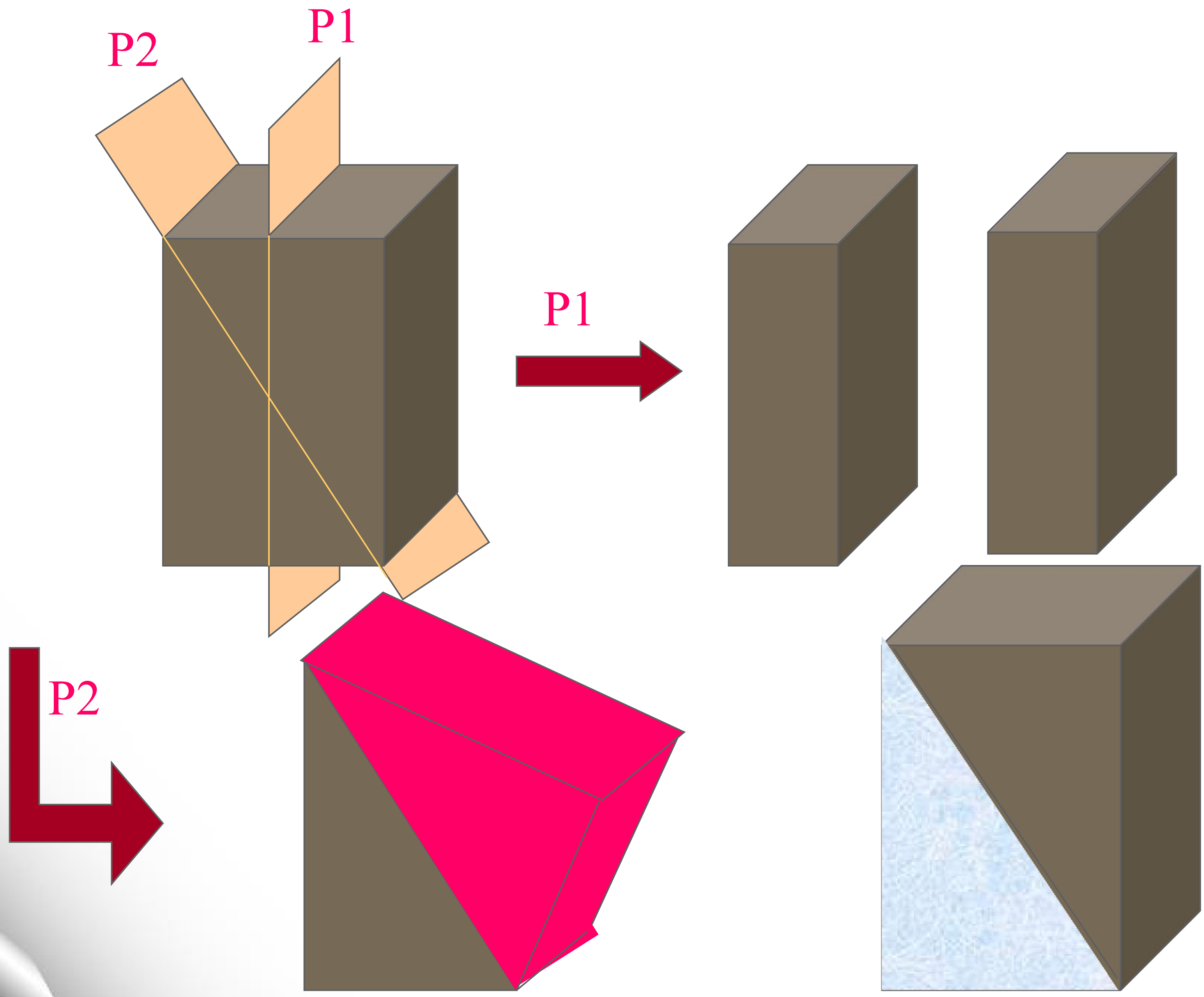
对称要素：在进行对称操作时所应用的辅助几何要素（点、线、面），称为**对称要素。**

# 对称面与反映操作

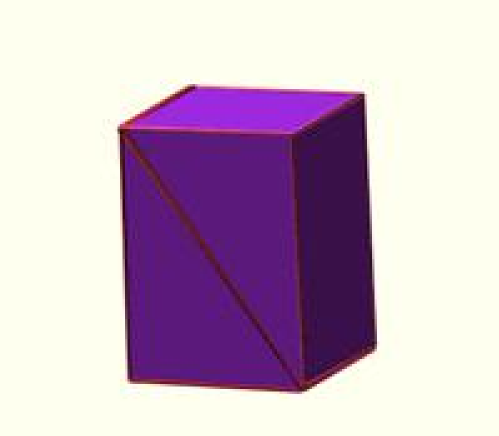
- 对称面为一假想的平面，与之相应的对称操作为对此平面的反映。

由对称面将物体平分后的两个相等部分彼此互成物体与镜像的关系。

***对称面以P表示，有一个对称面记作P，有多个对称面时，数字写在前面，如2P。***


P2
P1
P1
P2

# 对称面可能出现的位置：


- 1、垂直并平分晶面；
- 2、垂直晶棱并通过它的中心;
- 3、包含晶棱

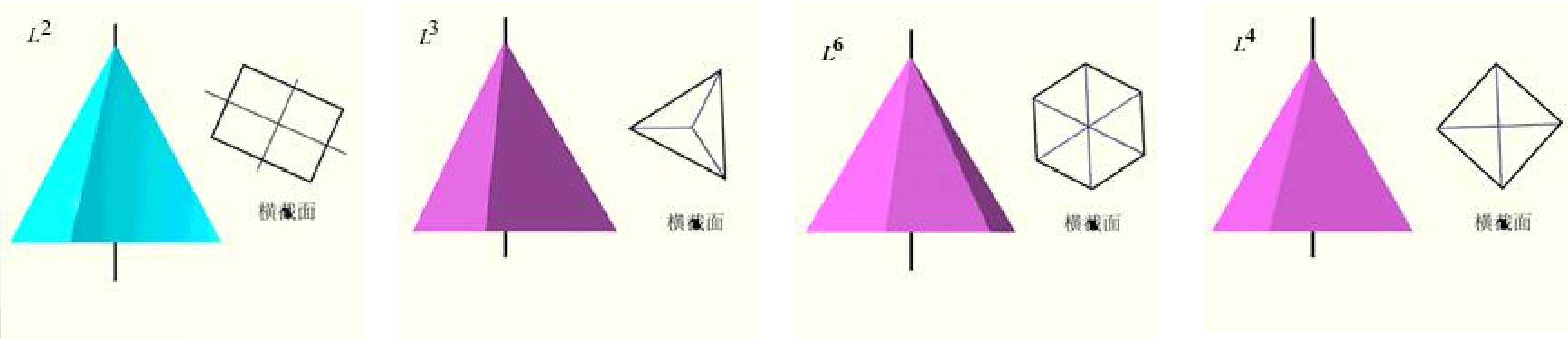
注意：一个晶体上可以不存在对称面，也可以有一个或者多个对称面，但最多不超过9个

# 对称轴与旋转操作

- **对称轴** 对称轴是一根假想的直线，相应的操作为围绕此直线的旋转 。物体绕该直线每旋转一定的角度之后，可使物体各个相同部分重复，即整个物体重复一次。

- *对称轴以L表示，轴次n写在L的右角上，写作$L^n$* 。**其中n 代表轴次，意指旋转360 °相同部分重复的次数。旋转一次的角度为基转角α ，关系为：n=360/α。当有多个*$L^n$存在时，数字写在前面，如$3L^4$***

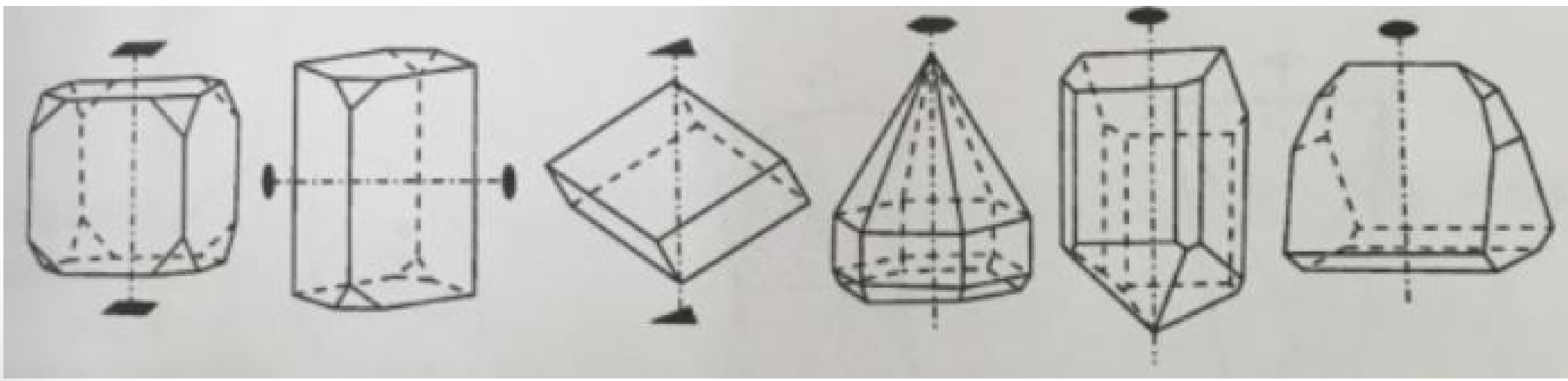
- *当多种对称轴同时出现时，书写时按高次轴到低次轴依次排列，如$3L^4 4L^3 6L^2$*




轴次n>2的对称轴，称高次轴；轴次n≤2的称低次轴。

# 晶体上对称轴可能出现的位置

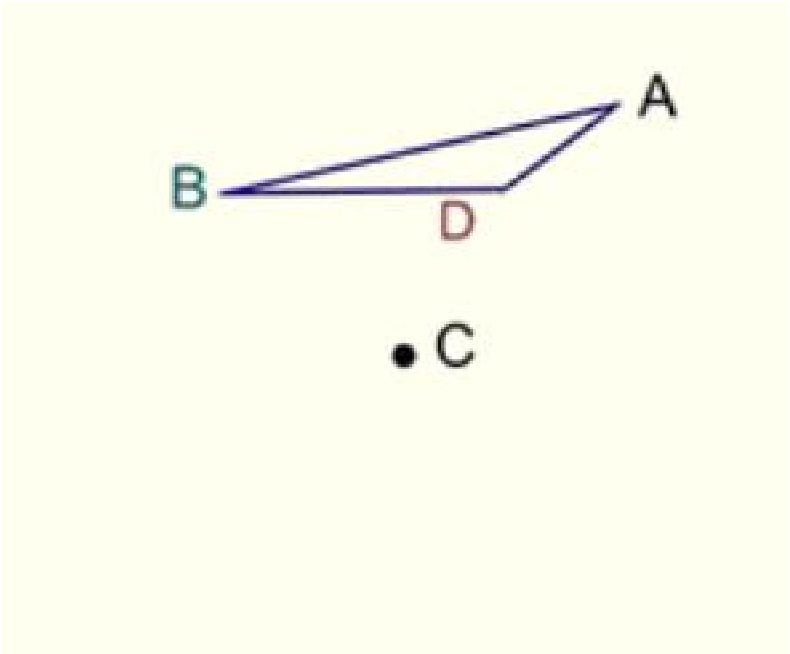
- 晶面中心
- 晶棱中心
- 晶体角顶



晶体上对称轴的出露位置
（据罗谷风，1985）

# 对称中心与反伸操作

- ☆对称中心 对称中心是一个假想的点，相应的操作为反伸。通过物体的对称心作任意直线，在此直线上位于对称心两侧且与对称心等距离的两点处，必定可以找到性质完全相等的对应点。
- 只可能在晶体中心，只可能一个。



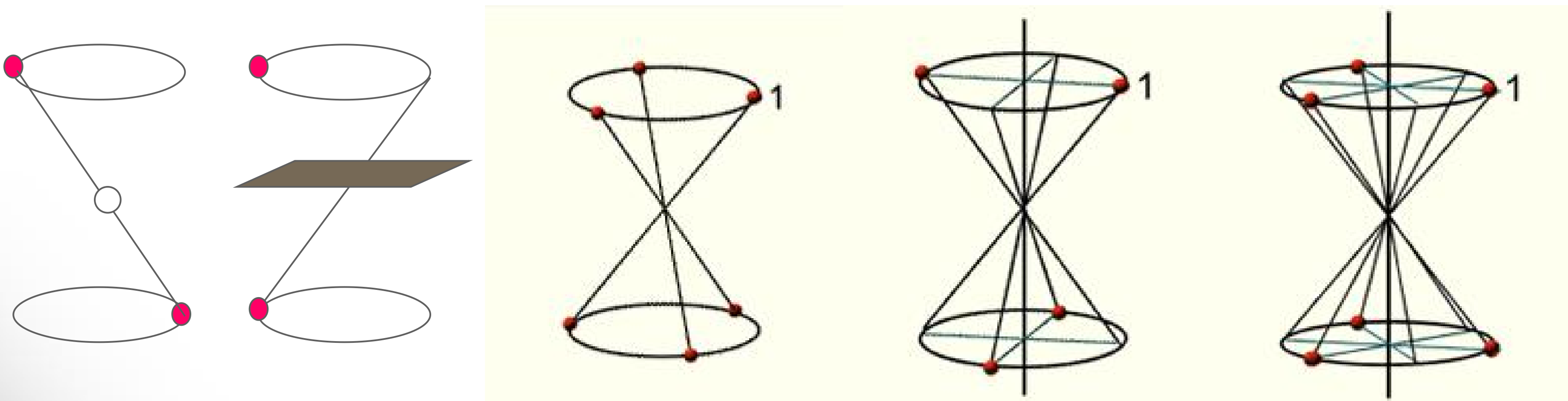

思考：与反映操作对比？

# 晶体中心的的判别

- 晶体具有对称中心的标志是：晶体上所有的晶面都两两平行，形状相同，大小相等，方向相反。
- 在晶体外形的对称中，对称中心可能没有或可能有，若有，只有一个

# 旋转反伸轴与旋转加反伸操作

- ☆**旋转反伸轴 – $L_i^n$** *为通过晶体中心的假想直线，晶体围绕着该直线旋转一定角度后（此时晶体上各相等部分尚未重合），在以该直线上定点的反伸，可使晶体与未旋转之前相重合。*
- 操作为旋转+反伸的复合操作。




$Li^1= C$　　$Li^2= P$　　$Li^3= L^3C$　　$Li^4$　　$Li^6= L^3P$

- 值得指出的是，除 $Li^4$ 外，其余各种旋转反伸轴都可以用其它简单的对称要素或它们的组合来代替，其间关系如下：

$$Li^1 = C,\quad Li^2 = P,\quad Li^3 = L^3 + C,$$

$$Li^6 = L^3 + P$$

- 但一般我们在写晶体的对称要素时，保留$Li^4$ 和$Li^6$，而其他旋转反伸轴就用简单对称要素代替。这是因为$Li^4$ 不能被代替，$Li^6$ 在晶体对称分类中有特殊意义。

- 值得指出的是，除 $Li^4$ 外，其余各种旋转反伸轴都可以用其它简单的对称要素或它们的组合来代替，其间关系如下：

  $Li^1 = C$，　$Li^2 = P$，　$Li^3 = L^3 + C$，

  $Li^6 = L^3 + P$

- 但一般我们在写晶体的对称要素时，保留$Li^4$ 和$Li^6$，而其他旋转反伸轴就用简单对称要素代替。这是因为$Li^4$ 不能被代替，$Li^6$ 在晶体对称分类中有特殊意义。

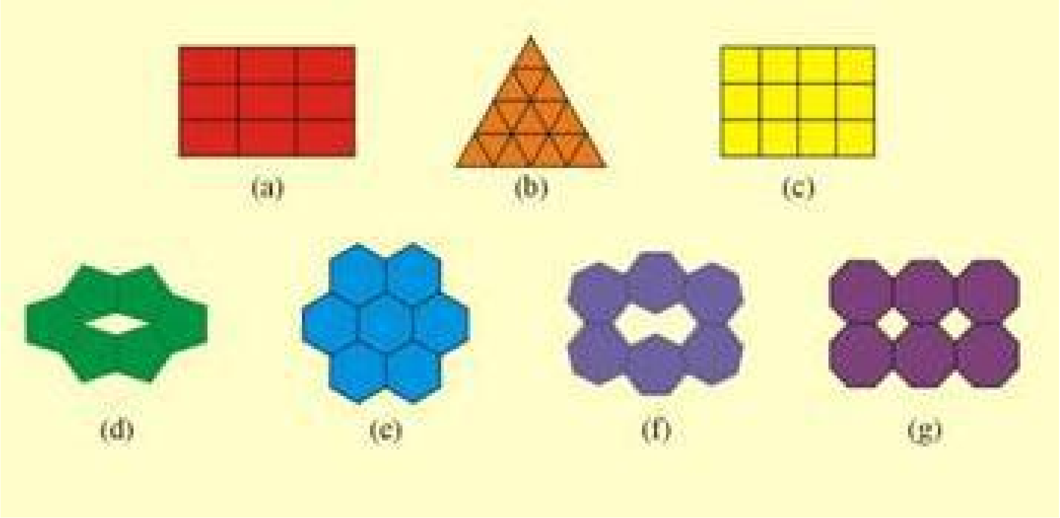
# 晶体的对称定律：

由于晶体是具有格子构造的固体物质，这种质点格子状的分布特点决定了晶体的对称轴与旋转反伸轴只有$n = 1，2，3，4，6$这五种，不可能出现$n = 5$，以及$n > 6$的情况。

## 为什么呢？

1、直观形象的理解：

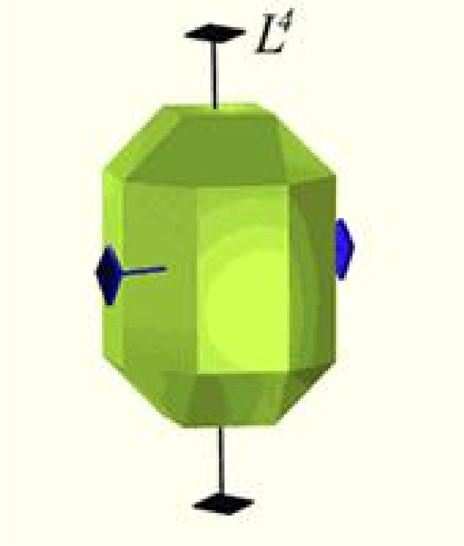
垂直五次及高于六次的对称轴的平面结构不能构成面网，且不能毫无间隙地铺满整个空间，即不能成为晶体结构。

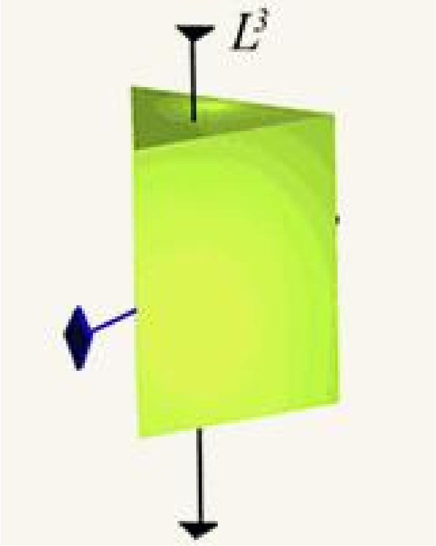


# 三.对称要素的组合定律

- 如果有一个$L^2$垂直$L^n$，则必有n个$L^2$同样垂直$L^n$，且相邻的两个$L^2$的交角为$L^n$的基转交的一半。

公式：$L^n \times L^2 \rightarrow L^n nL^2$



# 三.对称要素的组合定律

- 如果有一个P平行包含$L^n$，则必有n个P同时包含平行$L^n$，且相邻的两个P的交角为Ln的基转交的一半。 即：$L^n \times P_{\parallel} \rightarrow L^n nP$

可推出：$L^2 \times P_{\parallel} \rightarrow L^2 2P$；$L^3 \times P_{\parallel} \rightarrow L^3 3P$；$L^4 \times P_{\parallel} \rightarrow L^4 4P$；$L^6 \times P_{\parallel} \rightarrow L^6 6P$

- **如果有一个P垂直Ln，n为偶数是，则在其交点必然存在C。**

即：$L^n \times P_{\perp} \rightarrow L^n P_{\perp} C$ （n为偶数）

可推出：$L^2 \times P_{\perp} \rightarrow L^2 P_{\perp} C$；$L^4 \times P_{\perp} \rightarrow L^4 P_{\perp} C$；$L^6 \times P_{\perp} \rightarrow L^6 P_{\perp} C$

# 三.对称要素的组合定律

- 如果有一个二次轴$L^2$垂直于旋转反伸轴$L^n_i$，或者有一个对称面P包含$L^n_i$，当n为奇数时必有n个$L^2$垂直$L^n_i$和n个P包含$L^n_i$；当n为偶数时必有n/2个$L^2$垂直$L^n_i$和n/2个P包含$L^n_i$。

*即:* $L_i^n \times P_{//}$ 或$L_i^n \times L^2{}_{\perp} \rightarrow L_i^n n/L^2{}_{\perp} n/2\ P_{//}$（n为偶数）

$\rightarrow L_i^n n\ L^2{}_{\perp} nP_{//}$（n为奇数）

可推出：$L_i^3 \times P_{//}$ 或$L_i^3 \times L^2{}_{\perp} \rightarrow L_i^3 3L^2 3p$；

$L_i^4 \times P_{//}$ 或$L_i^4 \times L^2{}_{\perp} \rightarrow L_i^4 2\ L^2\ 2P$；

$L_i^6 \times P_{//}$ 或$L_i^n \times L^2{}_{\perp} \rightarrow L_i^6 3L^2 3p$；

# 四.对称型

- 概念:对称型，也可称作点群，是晶体上全部对称要素的组合。
- 对称型的书写原则：

1）先写对称轴和旋转反伸轴，并按照轴次由高次到低次排列

2）再写对称面

3）最后写对称中心。

- 晶体的对称型在数目上是有限的，根据推导，晶体的对称要素组合共有32种。

# 晶体的对称分类

- 晶族、晶系、晶类的划分

晶体的分类体系，是根据晶体的对称特点来划分的。

- 把属于同一对称型的晶体归为一类，称为晶类。晶体中存在32种对称型，即有32种晶类
- 根据是否有高次轴以及有一个或多个高次轴，把32个对称型归纳为高、中、低三个晶族
- 在各晶系中，再根据对称特点划分晶系，晶系共有7个
- 属于低级晶族的三斜晶系（无对称面和对称轴）、单斜晶系（二次轴和对称面各不多于一个）、斜方晶系（二次轴或对称面多于一个）。
- 属于中级晶轴的四方晶系（有一个四次轴），三方晶系 有一个三次轴），六方晶系（有一个六次轴）。
- 属于高级晶轴的等轴晶系（有四个三次轴）。见表Ⅰ-4-4。
- 这个表非常重要，一定要熟记。

- 32个晶类
  - 高级晶族 →
    - 等轴晶系（有4个$L^3$）
  - 中级晶族
    - 六方晶系（有一个$L^6$或$L_i^6$)
    - 四方晶系（有一个$L^4$或$L_i^4$)
    - 三方晶系（有一个$L^3$或$L_i^3$)
  - 低级晶族
    - 斜方晶系($L^2$或者P多于1个）
    - 单斜晶系($L^2$或者P仅1个）
    - 三斜晶系（无$L^2$，无P）

# 本章重点总结：

1）对称要素：$P$，$L^n$，$C$，$L_i^n$；

2）晶体的对称分类：3个晶族，7个晶系，32个晶类。

# 思　考

◆晶体的对称面为什么不能超过9个?